

Eesti LXIII matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
9.detsembril 2015.a. Tallinnas
XII klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Milliste parameetri p väärtuste korral võrrandil $10 + 3 \cdot 5^{x+1} = p \cdot (1 - 5^{2+x})$ puuduvad lahendid?
2. Leia arvjada $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{9}; \frac{4}{27}; \frac{5}{81}; \dots$ esimese n liikme summa.
3. Leia kõik neljakohalised naturaalarvud N , nii et $28N$ on mingi naturaalarvu kuup.
4. Rööpkülikus $ABCD$ on punktid M ja N vastavalt külgede AB ja AD keskpunktid. Lõigud CM ja CN lõikuvad diagonaaliga BD vastavalt punktides K ja L . Tõesta, et $BK=KL=LD$.
5. Võrdkülgne kolmnurk küljepikkusega N ($N \geq 3$) on jagatud väikesteks kolmnurkadeks selliselt, et paralleelselt iga küljega on $N-1$ lõiku, mis ühendavad kahte ülejäänud külge. Paralleelsete lõikude vahe on igal pool sama ja võrdne ühega. Hiir võib liikuda ühest kolmnurgast teise ainult siis, kui kolmnurkadel on ühine külge. Hiir alustab ükskõik millisest kolmnurgast ja üritab küllastada nii palju kolmnurki, kui võimalik, kusjuures igat kolmnurka küllastab hiir ainult ühel korral. Leidke minimaalne arv kolmnurki, mis jäävad küllastamata.